

Kurzfassung Masterarbeit

PML in der Elastodynamik: Vergleich von Implementierungen für dreidimensionale Boden-Bauwerk-Interaktions-Probleme im Frequenzbereich

Mathias Bergmann

Januar 2014

Die Berechnung der Wellenausbreitung in elastischen Medien stellt selbst für einfache Systeme eine aufwendige Problemstellung dar. Für einige Randwertprobleme existieren analytische Lösungen. Die Verwendung numerischer Techniken ist jedoch der Standardfall, wie zum Beispiel bei der Berechnung von dynamischen Boden-Bauwerk-Interaktionen.

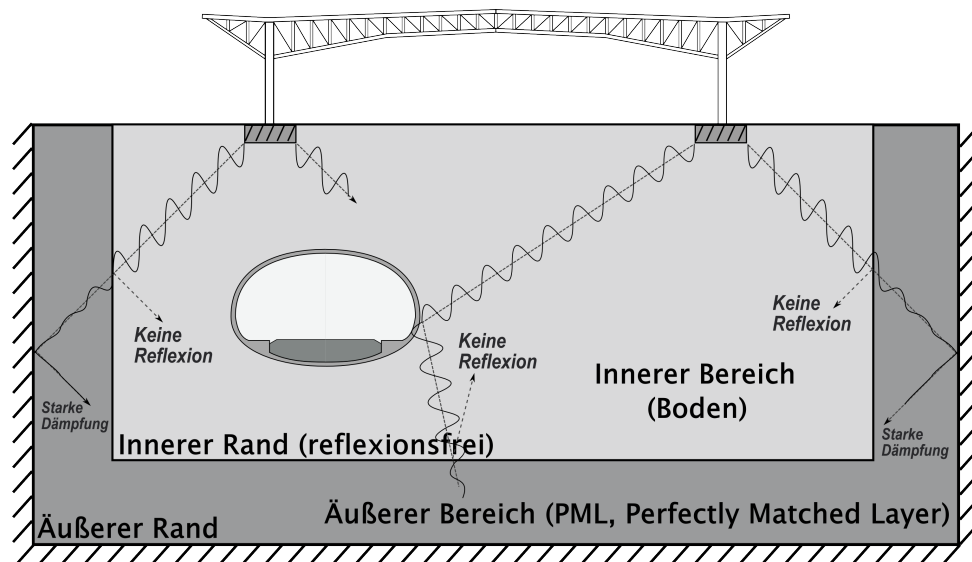


Abbildung 1: Aufteilung des Berechnungsgebietes in inneren Bereich mit eingebetteter Struktur und äußeren Bereich (PML), der die am inneren Rand ankommenden Wellen nicht reflektiert sondern perfekt absorbiert.

Grundlage der numerischen Verfahren ist die Diskretisierung von Boden und Bauwerk. Der Wahl der Randbedingungen kommt dabei insofern eine besondere Bedeutung zu, als sie die Ausbreitung der Wellen ins Unendliche ohne Reflexionen abbilden müssen, da ansonsten die Berechnungsergebnisse verfälscht werden. Bisher wird für die Simulation der

Wellenausbreitung in einem unendlichen Medium entweder die Rand-Element-Methode oder eine der vielen Formen der Local-Transmitting-Boundary-Methode eingesetzt. Eine verhältnismäßig neue Entwicklung ist die Perfectly Matched Layer (PML) Methode, die bei der Berechnung elektromagnetischer Wellenfelder bereits weit verbreitet ist. Sie vereint die Vorteile der beiden vorher genannten Verfahren.

Bei der Anwendung der PML-Methode in der Elastodynamik wird am künstlichen Rand des unendlichen Mediums eine Materialschicht angeschlossen, deren Geometrie und sonstige Eigenschaften so gewählt werden können, dass die Wellenausbreitung ins Unendliche nahezu perfekt abgebildet wird. Ein Beispiel liefert Abbildung 1, wobei der Effekt der Randschicht in Form eines Wellen absorbierenden Mediums dargestellt ist. Die Qualität des PML zeigt sich darin, dass keine Reflexionen beim Übergang zwischen den Schichten entstehen und dennoch die Energie der Welle in dem künstlichen Randgebiet abnimmt.

Da das Material in diesem Randgebiet nicht vollständig auf physikalischen Gesetzmäßigkeiten beruht, ist es jedoch nicht möglich, mechanisch begründete Aussagen zur numerischen Qualität der PML-Formulierung zu machen. Ebenso fehlt es bislang an mathematisch-theoretischen Untersuchungen zur Konvergenz von PML-Formulierungen in der Elastodynamik, die über sehr einfache Randwertaufgaben hinausgehen. Da somit die Abbildungsgüte einer gewählten PML-Formulierung nicht a-priori abgeschätzt werden kann, wird das Verfahren in der Elastodynamik bislang nur wenig genutzt.

Für Berechnungen im Frequenzbereich, wie sie in dieser Masterarbeit analysiert wurden, lassen sich zwei grundsätzliche PML-Formulierungen herleiten. Der klassische Ansatz geht auf einen Beitrag der Autoren Basu, U. und Chopra, A.K. von 2003 zurück, während der alternative Ansatz auf dem Beitrag von Kausel, E. und Oliveira Barbosa, J. M. von 2002 beruht. Deren Unterschiede in der Abbildungsgüte sind unbekannt und standen im Zentrum der Untersuchung. Die Abbildungsgüte wurde anhand eines Vergleichs der sich ergebenden Oberflächenwellen, wie in Abbildung 2 zu sehen, mit der Referenzlösung quantifiziert.

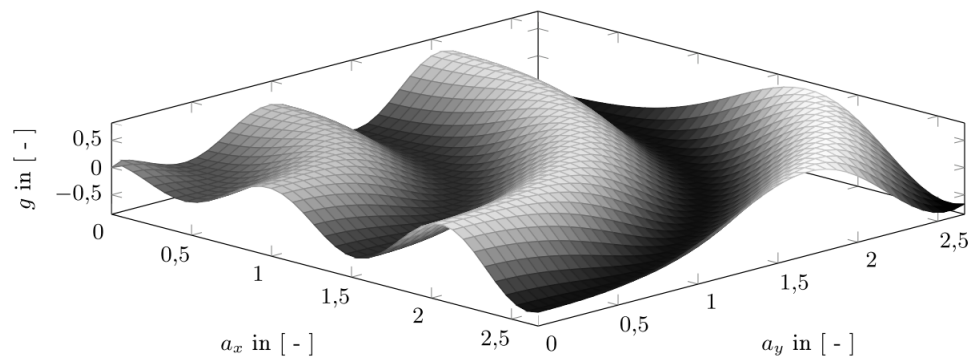


Abbildung 2: Numerisch ermittelte Oberflächenwelle mit g der dimensionslosen Verschiebung und a dem dimensionslosen Weg

Aufgrund der speziellen Eigenschaften des PML, war es naheliegend für diese Untersuchung stochastische Methoden anzuwenden. Es zeigte sich, dass die Qualität der numerischen Lösung für ein System, wie in Abbildung 1, nicht-lineare Abhängigkeit zu den Materialparametern, der Modellgeometrie und selbst zur Diskretisierung des PML aufwies. Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass ebenso nicht-lineare Interaktionen zwischen den einzelnen Einflussfaktoren vorliegen.

Um in solch einem System von Parametern - die in ihrer Gesamtheit die Qualität der Lösung beeinflussen - quantitative und qualitative Erkenntnisse zu gewinnen, nutzt man in der Wirtschaftsmathematik Verfahren der Sensitivitätsanalyse. Diese Verfahren wurden auf das Lösen der numerischen Systeme mit PML übertragen, wodurch die Interaktionen und Abhängigkeiten der Materialparameter, Modellgeometrie und Diskretisierung teilweise aufgeschlüsselt werden konnten. In Abbildung 3 ist beispielhaft der Einfluss von sechs Parametern auf die Abbildungsgüte dargestellt.

Durch diese Vorgehensweise kann die Lücke zwischen dem mathematisch-künstlichen Charakter der PML und der zu Grunde liegenden physikalischen Differentialgleichung geschlossen werden, und ein Instrument geschaffen werden, mit dem komplexe dynamische Boden-Bauwerk-Interaktionsprobleme behandelt werden können.

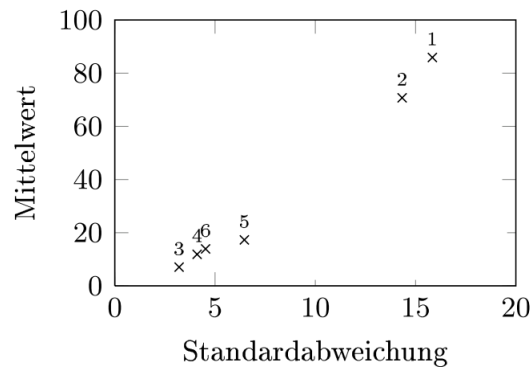


Abbildung 3: Standardabweichung und Mittelwert der sechs Parameter: (1) Größe des inneren Bereichs, (2) Frequenz der Belastung, (3) Größe des PML, (4) Anzahl der PML-Elemente, (5) und (6) PML Dämpfungsfaktoren für den Einfluss auf die Lösungsqualität