

Numerische Modellierung des mechanischen Verhaltens von Sand unter zyklischer Belastung und ihre Anwendung im Erdbebeningenieurwesen

S. A. Savidis, D. Aubram, F. Rackwitz und W. Schepers
Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik - Degebo
Fakultät VI der Technischen Universität Berlin
D-13355 Berlin
Email: savidis@tu-berlin.de

Zusammenfassung

Der Beitrag gibt einen Überblick über die Bausteine für eine realistische numerische Simulation der Scherwellenausbreitung in Sandböden unter Erdbebenanregung: Materialmodellierung, numerische Implementierung und Finite Elemente Simulation. Das Dilatanzverhalten von Sand wird in dem verwendeten elastoplastischen Modell mit spannungs- und dichteabhängigen Funktionen beschrieben. Die Ergebnisse dokumentieren die Eignung moderner Stoffgesetze für wirklichkeitsnahe Prognosen der Porenwasserdruckentwicklung unter seismischen Einwirkungen.

Abstract

The paper briefly presents the procedures converging to a realistic numerical simulation of earthquake-induced shear wave propagation in sandy soil continua: constitutive modelling, numerical implementation and finite element simulation. The dilatancy of sand enters the elasto-plastic model used herein as special functions dependent on the stress and density state. The results of element test simulations and seismic shear wave propagation show that advanced constitutive equations yield realistic predictions of excess pore pressure development.

1 Einführung

Es ist weithin bekannt, dass die Bodenbewegungen unter Erdbebenanregung von der lokalen Bodenbeschaffenheit abhängen und an der Oberfläche meist größer ausfallen als am Felsaufschluss. Insbesondere nicht-bindige Böden können hierbei ihre Scherfestigkeit vollständig verlieren und dadurch große permanente Verformungen des Untergrunds hervorrufen. Dieses Verflüssigungsphänomen unter undrainierten Bedingungen tritt allerdings nur dann auf, wenn der Boden hinreichend locker gelagert ist. Im dichten Zustand offenbart derselbe Sand eine Zyklische Mobilität, welche sich in der Begrenzung der auftretenden Verformungen bemerkbar macht.

In den letzten Jahrzehnten konnten große Erfolge bei der Vorhersage des Bodenverhaltens unter seismischen Lasten verzeichnet und die Einwirkungen auf Gebäude oder Infrastruktur verringert werden. Ein wesentlicher Baustein ist die wirklichkeitsnahe Simulation der Scherwellenausbreitung. Sie erfordert ein geeignetes Stoffgesetz für den granularen Boden, um seine besonderen Eigenschaften vor allem unter zyklischen Einwirkungen zu modellieren. Bei gleichem Ausgangsspannungszustand lockert sich ein dicht gelagerter Sand unter Scherbelastungen auf, während sich ein locker gelagerter Sand verdichtet. Unabhängig von der Ausgangsporenzahl zeigt Sand bei monotoner Abscherung und großen Scherdehnungen isochores Verhalten – ein Kennzeichen des sogenannten Kritischen Zustands.

Aufgrund der Abhängigkeit des mechanischen Verhaltens von Sand von dem Spannungszustand, der Lagerungsdichte und den Drainagebedingungen ebenso wie von der Belastungsgeschichte, ist seine kontinuumsmechanische Beschreibung sehr kompliziert. Nur wenige Beiträge der jüngeren Zeit simulieren das Verhalten von Sand über einen weiten Dichte- und Spannungsbereich mit nur einem Satz von Materialparametern, wohingegen klassische Stoffgesetze für Böden die Vielzahl der Erscheinungen unterschiedlichen Materialien zuordnen. Außerdem wird die Problematik durch die besonderen Eigenschaften des Mediums hochgradig nichtlinear und kann daher nur numerisch bearbeitet werden. Hierbei stellt sich heraus, dass die Wahl der Berechnungswerkzeuge genauso wichtig wie die mathematische Modellierung des Bodens ist.

Der vorliegende Text gliedert sich folgendermaßen. In Abschnitt 2 wird das elastoplastische CSSA-Modell [1] als Beispiel moderner Materialmodellierung vorgestellt. Basierend auf der numerischen Implementierung des Modells in ein Finite Elemente Programm werden im Abschnitt 3 Ergebnisse von monotonen und zyklischen Elementversuchen vorgestellt. Die Fähigkeiten des verwendeten Materialmodells werden im Abschnitt 4 dazu verwendet, die Scherwellenausbreitung infolge harmonischer und seismischer Anregung zu simulieren. Abschnitt 5 führt einige Schlussbemerkungen auf.

2 Das CSSA-Modell

Um die oben genannten Phänomene des mechanischen Verhaltens von Sand zu erfassen, wird im CSSA-Modell (Critical State SAND model, [1]) eine zustandsabhängige Dilatanz eingeführt. Dilatanz bezeichnet als kinematische Größe dabei das Verhältnis von volumetrischen und deviatorischen Dehnungen. Vor allem drei Konzepte in der Geschichte der Materialmodellierung haben die Entwicklung dieses elastoplastischen Modells beeinflusst. Das Critical State Konzept von Roscoe *et al.* [2] bildet gewissermaßen das Grundgerüst. Um das Verhalten von Sand unter zyklischen Lasten abzubilden, wurde die Bounding Surface Plastizität nach Dafalias [3] implementiert. Das außerdem verwendete Generalized Plasticity Konzept nach Pastor *et al.* [4] dient dazu, die Schwierigkeit der geschlossenen Formulierung der Ver- und Entfestigungsfunktionen zu umgehen, indem lediglich ihre Raten, die sogenannten Plastischen Moduln, beschrieben werden.

Betrachtet seien drei Proben des selben Sands mit identischer Belastungsgeschichte, ausgehend vom selben Spannungszustand, aber mit unterschiedlichen Ausgangslagerungsdichten. Wenn vom identischen Spannungsverhältnis $\eta = p'/q$ eine inkrementelle Scherung erfolgt, tendiert der locker gelagerte Sand zur Verdichtung und der dichte Sand zur Auflockerung, wie in Abbildung 1 gezeigt. Hierbei bezeichnet $p' = (\sigma'_1 + 2\sigma'_3) / 3$ die mittlere Hauptspannung und $q = \sigma_1 - \sigma_3$ die Deviatorspannung. σ'_1 und σ'_3 sind die axiale und die radiale effektive Spannung. Mitteldicht und dicht gelagerte Sande passieren einen sogenannten Zustand der Phasentransformation [5], [6]. Obwohl sich der Sand an diesem Punkt nicht im Kritischen Zustand befindet, ist die Dilatanz D ebenfalls gleich Null.

Li [7] hat gezeigt, dass sich die Critical State Line (CSL) im $e - (p'/p_a)^\xi$ -Raum als Gerade darstellen lässt, wobei e die Porenzahl, p_a der atmosphärische Druck auf Meereshöhe und ξ ein

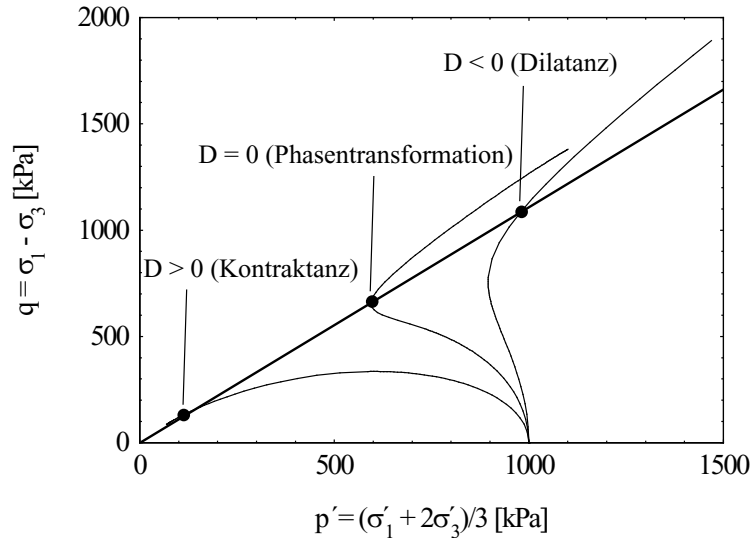


Abb. 1 Undrainiertes Verhalten von Sand mit unterschiedlichen Lagerungsdichten und identischer Konsolidierungsspannung

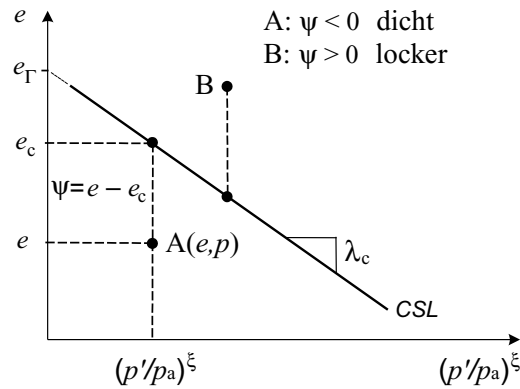


Abb. 2 Critical State Line (CSL) und Zustandsparameter ψ

Materialparameter ist (Abbildung 2). Der interne Zustandsparameter ψ folgt aus Abbildung 2 zu

$$\psi = e - e_c = e - \left[e_\Gamma - \lambda_c (p'/p_a)^\xi \right]. \quad (1)$$

e_Γ und λ_c sind weitere Materialparameter und e_c ist die Porenzahl im Kritischen Zustand.

Eines der Hauptmerkmale des CSSA-Modells ist die zustandsabhängige Dilatanz, welche der Forderung nachkommt, gleichzeitig vom Spannungszustand und von der Porenzahl abzuhängen. Die Dilatanzfunktion D_1 der ersten Bounding Surface hat die Form

$$D_1 = \frac{d_1}{M_c g(\theta)} \left(M_c g(\theta) \exp^{m\psi} \sqrt{\frac{\bar{\rho}_1}{\rho_1}} - R \right), \quad (2)$$

worin d_1 , M_c und m Materialparameter darstellen. Das CSSA-Modell besitzt insgesamt 15 Materialparameter, die aus drainierten und undrainierten Triaxialversuchen zu ermitteln sind. Die Größen ρ_1 , $\bar{\rho}_1$ sind die dem Bounding Surface Konzept zuzordnenden Abstandsmaße der Abbildungsregel. Die Funktion $g(\theta)$, mit θ als Lode Winkel, legt die Form der Bounding Surface fest und R ist eine Invariante des Spannungsverhältnistensors $r_{ij} = s_{ij}/p'$ mit s_{ij} als Deviator des Spannungstensors. Das CSSA-Modell definiert zwei Bounding Surfaces, F_1 und F_2 , die

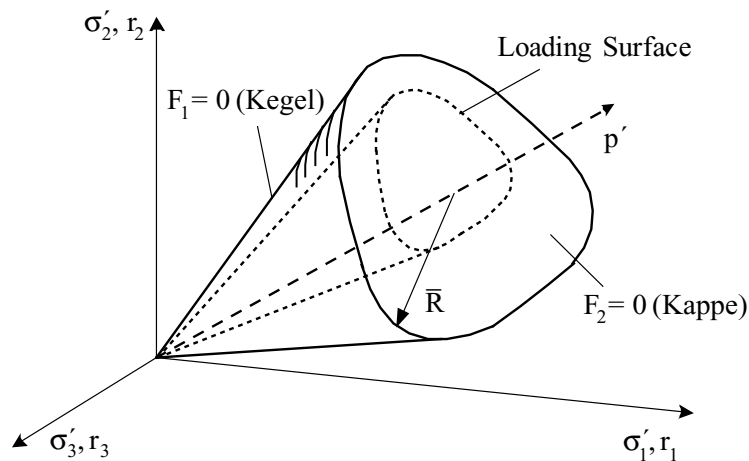


Abb. 3 Bounding Surfaces und Loading Surfaces des CSSA-Modells

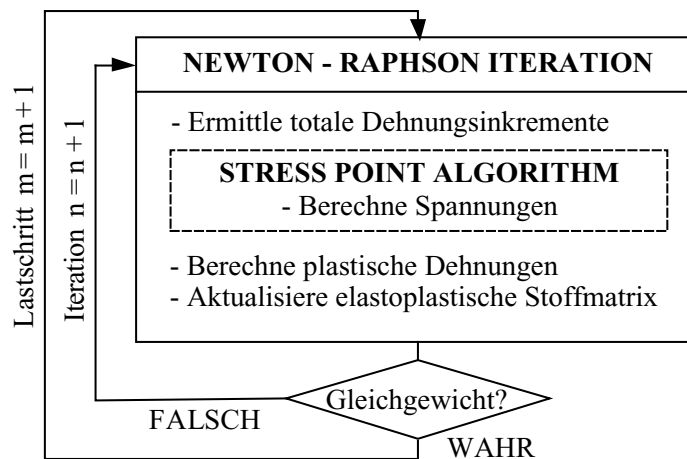


Abb. 4 Flussdiagramm der Newton-Raphson Iteration des globalen Gleichgewichts

in Abbildung 3 dargestellt sind. Bounding Surface F_1 ist ein unregelmäßiger Kegel um die hydrostatische Achse ($\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$), die von einer Kappe, der zweiten Bounding Surface F_2 , begrenzt wird. Der aktuelle Spannungszustand befindet sich stets auf der sogenannten Loading Surface.

3 Numerische Implementierung

Weil die meisten geotechnischen Problemstellungen nur numerisch gelöst werden können, ist eine numerische Repräsentanz des Materialmodells erforderlich. Diese ist in Finite Elemente Programmsystemen als Spannungs-Dehnungs Beziehung ein Teil der Newton-Raphson Iteration des globalen Gleichgewichts (Abbildung 4). Die lokale Spannungsintegration, auch als Stress Point Algorithmus bezeichnet, findet in den Routinen des Materialmodells statt und kann beispielsweise mit einem Euler Verfahren durchgeführt werden.

Es gibt hauptsächlich zwei Gruppen von Algorithmen zur Spannungsintegration. Die expliziten Integrationsalgorithmen, wie z.B. das Euler Vorwärts Schema, verwenden bekannte Terme des Inkrementanfangs. Bei impliziten Integrationsalgorithmen werden hingegen Terme des In-

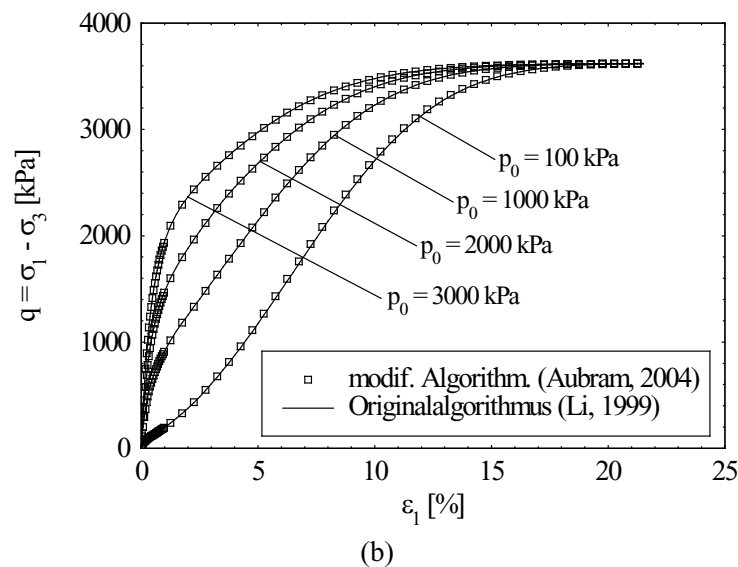
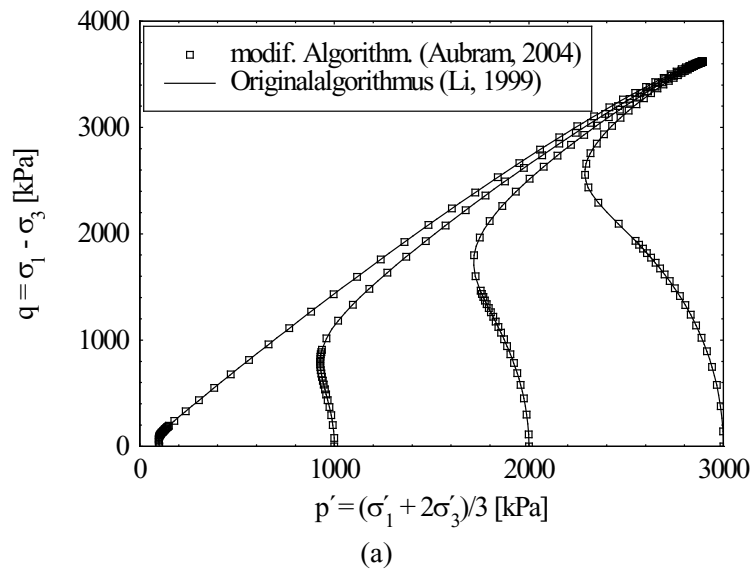


Abb. 5 Simulation von undrainierten triaxialen Kompressionsversuchen, Toyoura Sand, $D_r = 65\%$

krementendes verwendet, wie beim Euler Rückwärts Schema. Daraus lässt sich ableiten, dass implizite Algorithmen in der Regel eine konkrete Formulierung der Fließfläche benötigen. Aus diesem Grund erfordert ihre Anwendung auf Modelle der Generalized Plasticity, insbesondere auf das CSSA-Modell zusätzliche Untersuchungen und Weiterentwicklungen.

Das Materialmodell wurde in das kommerzielle Finite Elemente Programmsystem ANSYS implementiert, indem das zur Verfügung stehende Stoffgesetz Interface "usermat" entsprechend angepasst wurde [8], [9]. Anschließend wurde die Implementierung mit der numerischen Simulation von Elementversuchen erfolgreich getestet [8], [10]. Die Validierung konzentrierte sich speziell auf drainierte und undrainierte triaxiale Kompressionsversuche, zyklische undrainierte Triaxialversuche und zyklische Ödometerversuche. Für die im Folgenden präsentierten Simulationsergebnisse kamen die Materialparameter für Toyoura Sand nach Li [1] zur Anwendung.

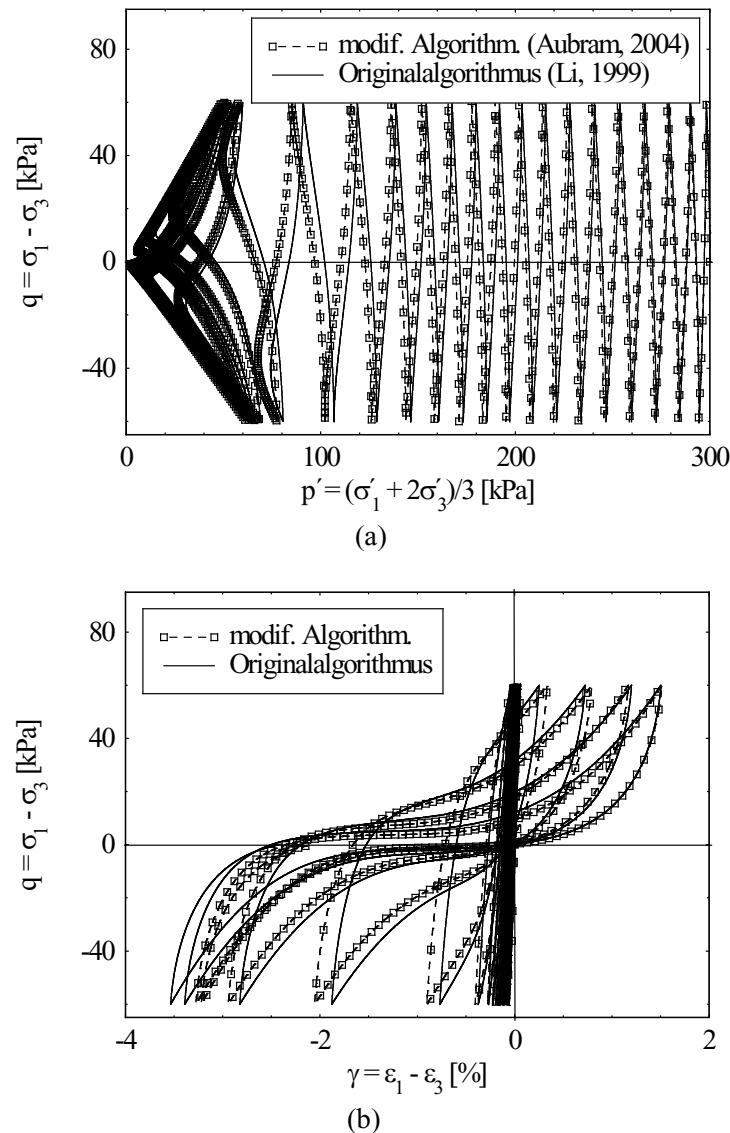


Abb. 6 Simulation eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs, Toyoura Sand, $D_r = 65\%$

Abbildung 5 zeigt die Ergebnisse für einen undrainierten triaxialen Kompressionsversuch mit vier unterschiedlichen Ausgangsspannungszuständen im $p' - q$ -Raum (Abbildung 5a) und im $\varepsilon_1 - q$ -Raum (Abbildung 5b), worin ε_1 die axiale Dehnung bezeichnet. Die bezogene Lagerungsdichte beträgt $D_r = 65\%$ ($e = 0,730$). Unter Verwendung des ursprünglichen Integrationsalgorithmus der Spannungen [11] ergaben sich die durchgezogenen Linien. In diesem Algorithmus bleiben die totalen Dehnungsincremente aus der globalen Gleichgewichtssiteration unverändert, das Spannungsincrement wird jedoch iterativ bestimmt. Die Quadrate kennzeichnen einen alternativen expliziten Algorithmus nach Aubram [10], in welchem die groben Dehnungsincremente in feinere Subinkrementen unterteilt werden, deren Größe der Benutzer festlegt. Beide Varianten liefern in dieser Simulation die gleichen Resultate. Li und Dafalias [6] haben für das CSSA-Modell gezeigt, dass beim monotonen Triaxialversuch Experiment und Simulation sehr eng beieinander liegen.

Im Gegensatz dazu weichen die Simulationsergebnisse eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs in Abhängigkeit von der Größe der Integrationsinkremente etwas voneinander ab,

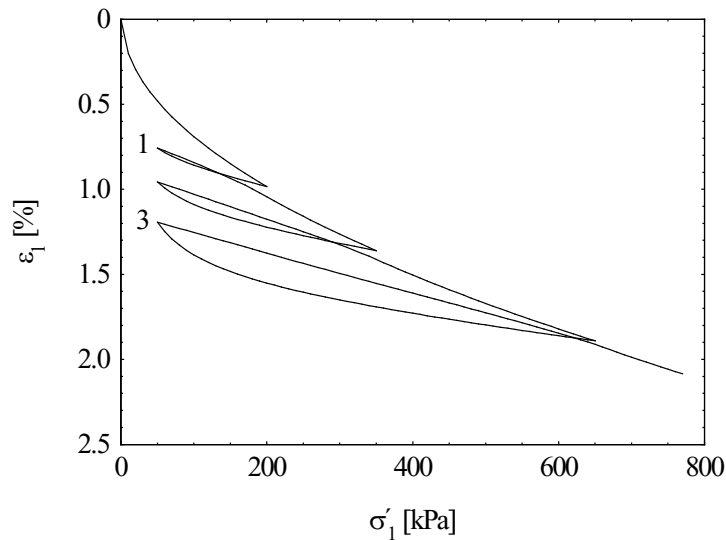


Abb. 7 Simulation eines zyklischen Ödometersversuchs, Toyoura Sand, $D_r = 65\%$

wie im $p' - q$ -Raum (Abbildung 6a) und im $\epsilon_1 - q$ -Raum (Abbildung 6b) zu erkennen ist. Da explizite Algorithmen ohne Fehlerkontrolle nur bei unendlich kleinen Inkrementen exakt sind, kumuliert der numerische Fehler mit der Anzahl der Lastschritte. Ungeachtet dessen liefert das CSSA-Modell wiederum gute Ergebnisse. Bei wachsender Anzahl der Lastzyklen, ausgehend von isotroper Konsolidierung, nimmt die effektive mittlere Hauptspannung bei konstanter Lagerungsdichte aufgrund von Kornumlagerungen allmählich ab. In der Nähe von $p' = 0$ kPa offenbart der Sand seine Zyklische Mobilität, indem der Spannungspfad sich innerhalb der Bounding Surface bewegt.

Rückt man die Bounding Surface F_2 auf der hydrostatischen Achse in das Blickfeld, so gibt das verwendete Materialmodell das mechanische Verhalten von Sand auch unter ödometrischen Bedingungen wieder (Abbildung 7). Obwohl die aktuelle Modellversion das zyklische Verhalten unter diesen Bedingungen nur rudimentär abbildet, werden die Hysteresen unter wiederholter Be- und Entlastung recht gut simuliert.

4 Anwendung im Erdbebeningenieurwesen

Die Leistungsfähigkeit des implementierten CSSA-Materialmodells wird nachfolgend am Beispiel der numerischen Simulation der Scherwellenausbreitung in Sandschichten als Folge einer Erdbebenanregung am Fuße der Bodenablagerung dargestellt. In erster Näherung, falls die Anregung parallel zu den Rändern verläuft, kann diese Problematik als eindimensional mit nur einer Scherkomponente modelliert werden [12]. Unter Verwendung der Finite Elemente Methode stellt sich heraus, dass eine reine, d.h. eine biegungsfreie Scherung mit den meisten eindimensionalen finiten Elementen nicht behandelt werden kann. Stattdessen können jedoch eben verzerrte Viereckselemente in Verbindung mit einer vertikalen und horizontalen Kopplung der Knoten einer Zeile eingesetzt werden. Undrainierte Bedingungen werden durch die Sperrung

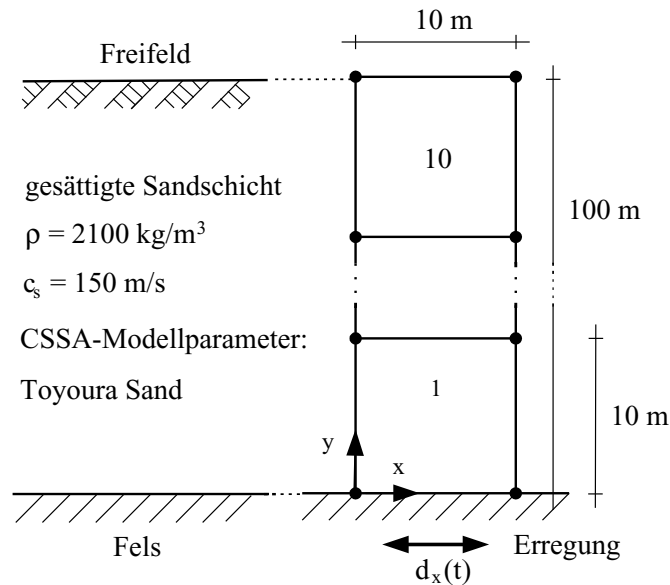


Abb. 8 Verwendetes Bodenprofil und Finite Elemente Netz für die Simulation der Scherwellenausbreitung

der vertikalen Verschiebungen der obersten Knotenzeile hergestellt. Abbildung 8 zeigt das für die nachfolgende Analyse verwendete Bodenprofil und Finite Elemente Netz.

Zunächst wurde der Fußpunkt mit $f = 1,0 \text{ Hz}$ und $d_{x,\text{max}} = 0,1 \text{ m}$ harmonisch angeregt, um das FE Modell und das Verhalten des Materialmodells unter undrainierten Bedingungen zu testen. Drei Bodenarten wurden untersucht: ein linear elastisches Material mit Dämpfung ($\beta = 0,05$), Toyoura Sand in einem locker gelagerten Zustand ($D_r = 14\%$) und Toyoura Sand in einem dicht gelagerten Zustand ($D_r = 81\%$). Wie im Zeitverlauf der Antwort der Geländeoberfläche in Abbildung 9 dargestellt ist, wird der lockere Sand nach dem ersten Zyklus starken Verschiebungen unterworfen, die nach einigen Sekunden wieder zurückgesetzt werden. Es scheint, als würden die oberen Regionen des lockeren Sandes, einhergehend mit der Anregung, ohne jegliches zyklische Verhalten "kriechen".

Für die Simulation der Scherwellenausbreitung unter seismischen Einwirkungen wurde das Signal des San Fernando Erdbebens vom 2. Februar 1971 [13] am Fußpunkt der Bodenschicht aufgebracht. Der Beschleunigungs-Zeitverlauf wurde in Hollywood, Los Angeles quer zur Ausbreitungsrichtung aufgezeichnet. Wenn ANSYS oder andere FE Programme für dynamische Berechnungen eingesetzt werden, ist es wegen der Freiheitsgrade der Finiten Elemente häufig von Vorteil, eine Zeit-Verschiebungskurve anstelle von Beschleunigungsdaten einzugeben. Zu diesem Zweck zeigt Abbildung 10 auf der Grundlage des mit einem Hochpass von $HP = 0,2 \text{ Hz}$ und einen Tiefpass von $LP = 35,0 \text{ Hz}$ gefilterten Signals den Beschleunigungs-Zeitverlauf, den Baseline-korrigierten Geschwindigkeits-Zeitverlauf und Verschiebungs-Zeitverlauf. Basierend auf dem FE Modell nach Abbildung 8 erhält man die Ergebnisse nach einigen Minuten Rechenzeit.

Ein vollständiger Satz der Materialparameter des CSSA-Modells für Böden aus der Umgebung von Los Angeles ist leider nicht verfügbar. Daher wurden die Parameter von Toyoura Sand [1] für die Untersuchungen übernommen. Sicherlich begrenzt diese Wahl quantitativ präzise Ergebnisse, jedoch nicht die phänomenologische Betrachtung des Verhaltens von Sand. Es

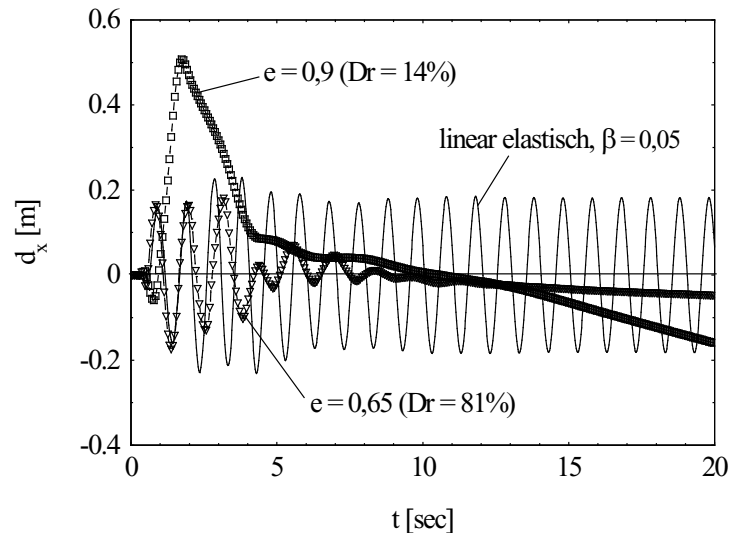


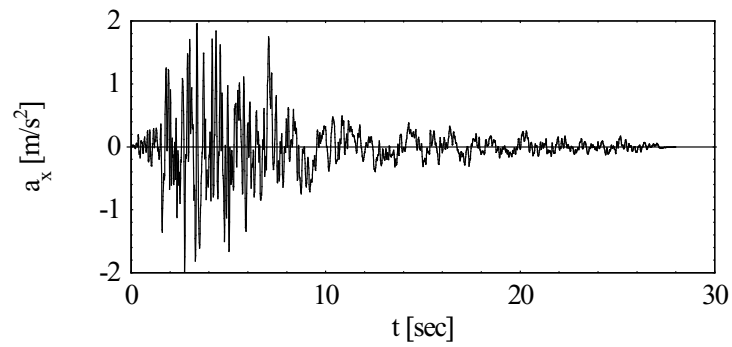
Abb. 9 Horizontale Verschiebungen der Geländeoberfläche unter harmonischer Anregung und undrainierten Bedingungen. $f = 1,0$ Hz, $d_{x,\max} = 0,1$ m, linear elastisches Material und Toyoura Sand

wurden wiederum zwei verschiedene Lagerungsdichten gewählt: lockerer Sand mit $D_r = 14\%$ und dichter Sand mit $D_r = 81\%$. Abbildung 11a und Abbildung 11b zeigen das undrainierte Verhalten der Sandschicht in 25 m Tiefe im $p' - \sigma_{xy}$ -Raum. Es ist zu erkennen, dass der Abbau der effektiven mittleren Hauptspannung beim dicht gelagerten Sand beschränkt ist, während sie beim locker gelagerten Sand verschwindet. Hier fällt p' auch sehr viel schneller ab als beim dichten Sand, der Zyklische Mobilität aufweist. Es scheint als kompensiere die größere Amplitude der Schubspannung den Verlust der effektiven Normalspannungen.

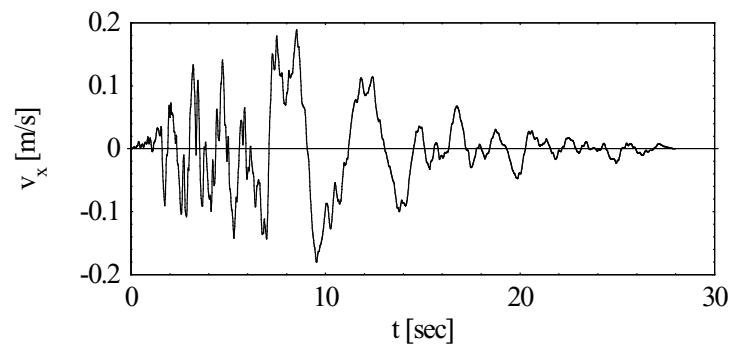
Dieses Verhalten korrespondiert mit der in Abbildung 12a und Abbildung 12b dargestellten Entwicklung des Porenwasserüberdrucks in 25 m und 50 m Tiefe. Unabhängig von der Tiefe baut sich der Porenwasserüberdruck u beim lockeren Sand weitaus stärker auf. Die verursachten Scherverformungen sind dementsprechend größer. In 25 m Tiefe erreicht der Porenwasserüberdruck sogar die Konsolidierungsspannung und führt in dieser Region der Bodenschicht zur Verflüssigung.

5 Zusammenfassung

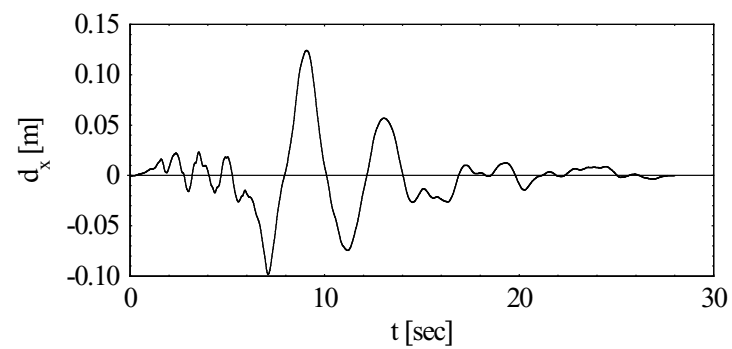
Nach einer kurzen Einführung in die moderne Materialmodellierung von Böden und die Darstellung der spezifischen Eigenschaften nicht-bindiger Böden unter monotonen und zyklischen Lasten wurde das elastoplastische CSSA-Modell ausgewählt, um das nichtlineare Verhalten einer Bodenschicht unter seismischer Anregung abzubilden. Das Modell wurde in das kommerzielle Finite Elemente Programmsystem ANSYS implementiert. Anschließend wurden Elementversuche simuliert und die erdbeben-induzierte Scherwellenausbreitung in Sandböden analysiert. Die Ergebnisse belegen die Fähigkeiten des Stoffgesetzes, das mechanische Verhalten von Sand unter monotonen und zyklischen Lasten sowie unter drainierten und undrainierten Bedingungen über einen weiten Bereich von Spannungen und Lagerungsdichten mit nur einem Parametersatz zu beschreiben. Darüber hinaus vermag das CSSA-Modell aufgrund seines Konzepts der



(a)

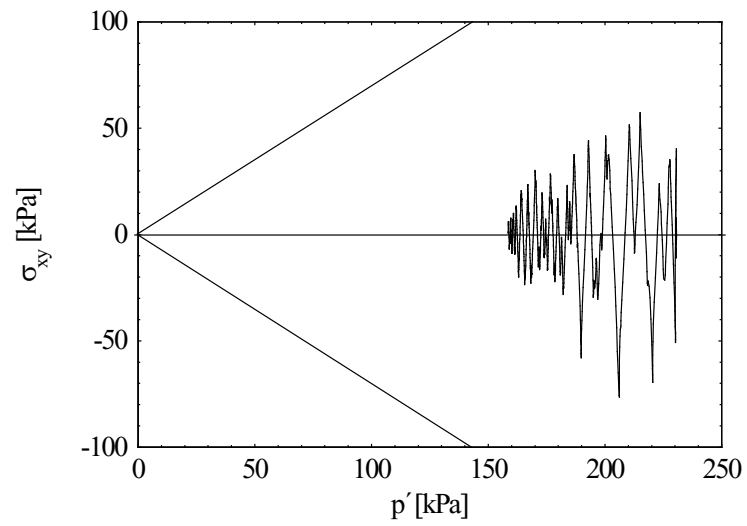


(b)

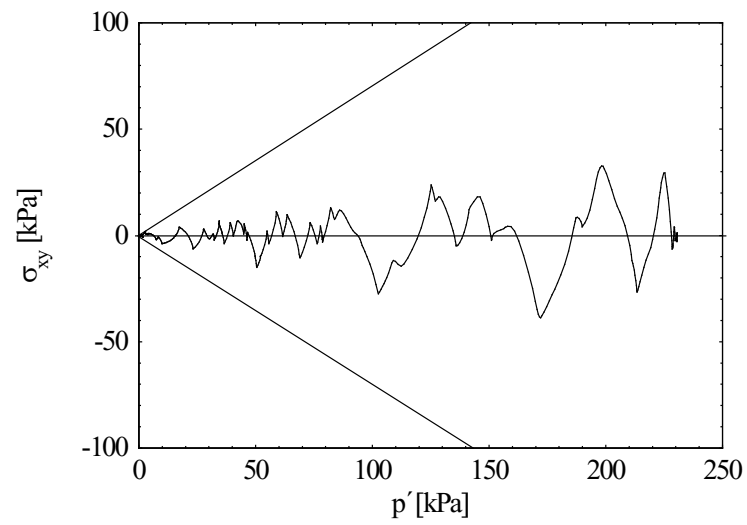


(c)

Abb. 10 Signal des San Fernando Erdbebens, 02.09.1971, 14:00 Uhr, $HP = 0,2$ Hz, $LP = 35,0$ Hz. (a) Beschleunigungs-Zeitverlauf, (b) Baseline-korrigierter Geschwindigkeits-Zeitverlauf, (c) Baseline-korrigierter Verschiebungs-Zeitverlauf

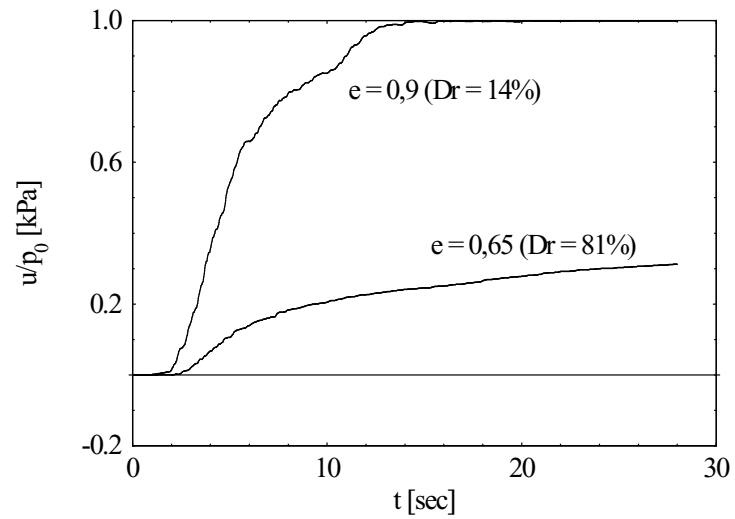


(a)

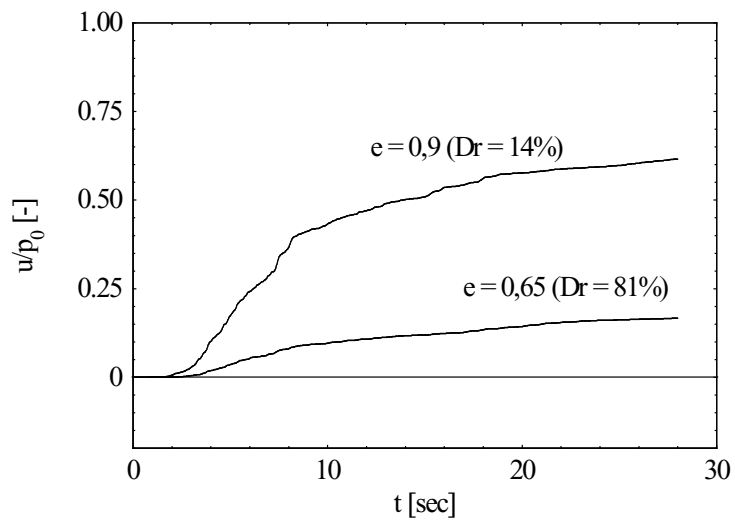


(b)

Abb. 11 Spannungspfad im $p' - \sigma_{xy}$ -Raum in 25 m Tiefe unter seismischer Anregung und undrainierten Bedingungen. San Fernando Erdbeben, Toyoura Sand. (a) $e = 0,65$ ($D_r = 81\%$), (b) $e = 0,90$ ($D_r = 14\%$)



(a)



(b)

Abb. 12 Entwicklung des Porenwasserüberdrucks in verschiedenen Tiefen unter seismischer Anregung und undrainierten Bedingungen. San Fernando Erdbeben, Toyoura Sand. (a) In 25 m Tiefe, (b) in 50 m Tiefe

zustandsabhängigen Dilatanz auch das unterschiedliche Verhalten von lockerem und dichtem Sand unter seismischen Einwirkungen realitätsnah wiederzugeben. Unter drainierten Bedingungen erfasst das Stoffgesetz die Porenzahlentwicklungen und vertikalen Verschiebungen; die Ergebnisse der entsprechenden Simulationen wurden hier nicht aufgeführt. Unter undrainierten Bedingungen können sich Porenwasserüberdrücke aufbauen, die mit dem Abbau der effektiven Spannungen einhergehen. Daraus können Schlussfolgerungen über die Zyklische Mobilität der Sandschicht oder ihre Gefährdung gegenüber Verflüssigung gezogen werden. Letztlich zeigen die Ergebnisse die Fähigkeiten moderner Materialmodelle bei der Anwendung im Erdbebeningenieurwesen auf.

Gleichwohl vermittelt die numerische Simulation der Elementversuche, dass der Algorithmus der Spannungsintegration und die Größe der Berechnungssinkremente eine wesentliche Komponente bei der Anwendung elastoplastischer Stoffgesetze darstellen und weiter untersucht werden sollten. Es erscheint sinnvoll, alternative Integrationsverfahren, insbesondere implizite Algorithmen zu implementieren und außerdem die Formulierung der Plastischen Moduln anzupassen, um das Modellverhalten hinsichtlich allgemeinerer Randwertprobleme zu optimieren.

Literatur

- [1] Li X. S. *A Sand Model with State Dependent Dilatancy*, Géotechnique 2002, 52(3), 173–186
- [2] Roscoe, K. H.; Schofield, A. N.; Wroth, C. P. *On the Yielding of Soils*, Géotechnique 1958, 8(1), 22–53
- [3] Dafalias, Y. F. *Bounding Surface Plasticity I: Mathematical Foundation and Hypoplasticity*, Journal of Engineering Materials 1986, 112(9), 966–987
- [4] Pastor, M.; Zienkiewicz, O. C.; Chan, A. H. C. *Generalized Plasticity and the Modelling of Soil Behaviour*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 1990, 14, 151–190
- [5] Ishihara, K.; Tatsuoka, F.; Yasuda, S. *Undrained Deformation and Liquefaction of Sand under Cyclic Stresses*, Soils and Foundations 1975, 15(1), 29–44
- [6] Li X. S.; Dafalias Y. F. *Dilatancy for Cohesionless Soils*, Géotechnique 2000, 50(4), 449–460
- [7] Li X. S. *Linear Representation of Steady-State Line*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 1998, 124(12), 1215–1217
- [8] Rackwitz, F. *Numerische Untersuchungen zum Tragverhalten von Zugpfählen und Zugpfahlgruppen in Sand auf der Grundlage von Probebelastungen*, Dissertation, Technische Universität Berlin, S.A. Savidis (Hrsg.): Veröffentlichungen des Grundbauinstituts der Technischen Universität Berlin, Heft 32, 2003
- [9] ANSYS Inc. *Guide to ANSYS 5.6 User Programmable Features*, 2000
- [10] Aubram, D. *Implementierung eines geeigneten 'Stress Point Algorithm' in das Li-Stoffgesetz in ANSYS*, Diplomarbeit, Technische Universität Berlin, 2004

- [11] Li X. S. *Implementation of CSSA-Model into the FE-Code SUMDES*, Persönliche Kommunikation, 1999
- [12] Seed, H. B.; Idriss, I. M. *Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis*, Report No. UCB/EERC 70-10, University of California, 1970
- [13] Seekins L. C.; Brady, G. A.; Carpenter, C.; Brown, N. *Digitized Strong-Motion Accelerograms of North and Central American Earthquakes 1933-1986*, U.S. Geological Survey Digital Data Series DDS-7, 1992, http://nsmp.wr.usgs.gov/data_sets/ncae.html