

## EINFÜHRUNG

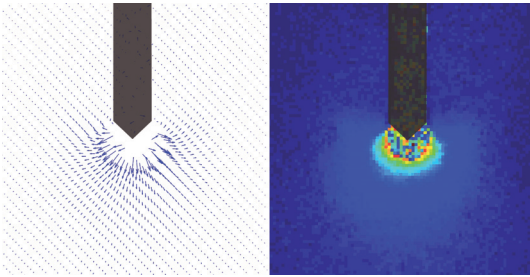


Bild 1: Vektordarstellung (links) und Farbflächenendarstellung (rechts) des Geschwindigkeitsfeldes in mitteldicht gelagertem Sand infolge Pfahleindringung. Auswertung eines Modellversuchs.

Eindringvorgänge, wie z.B. die Herstellung von Verdrängungspfählen, werden durch große Verformungen in der Nähe des Eindringkörpers gekennzeichnet (Bild 1).

Die klassischen kontinuumsmechanischen Betrachtungsweisen nach Lagrange und nach Euler und ihre Umsetzung in der Finite Elemente Methode (FEM) sind für die Simulation von Eindringprozessen ungeeignet. Bei der Lagrange Formulierung, die in der Strukturmechanik verwendet wird, können starke Elementverzerrungen auftreten, weil das Elementnetz den Verformungen des Materials folgt (Bild 2). Häufig wird die numerische Berechnung instabil oder bricht sogar ab.

Der Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) Formulierung gelingt es, durch eine Verallgemeinerung die Vorteile beider Betrachtungsweisen zu nutzen. Seit den späten 1970er Jahren wurde die ALE Formulierung vor

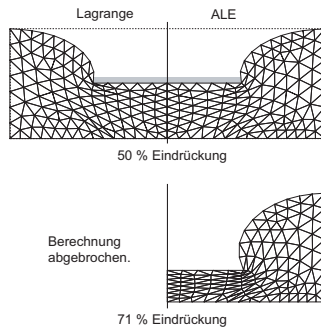


Bild 2: FE Simulation einer Extrusion.

allem auf den Gebieten der Strömungsmechanik und der Metallumformung (Bild 2) zu einer leistungsfähigen Berechnungsmethode entwickelt. Die Anwendung auf geotechnische Probleme blieb bisher die Ausnahme und bezog vergleichsweise einfache Stoffgesetze für den Boden ein. Jedoch ist insbesondere das mechanische Verhalten von Sand mit einfachen Stoffgesetzen nicht wirklichkeitsnah beschreibbar.

## DER ALE OPERATOR

Der Begriff „Arbitrary Lagrangian-Eulerian“ bezeichnet eine spezielle Formulierung der Kinematik eines materiellen Körpers, dessen Partikel  $P$  zeitabhängige Platzierungen  $Q = \varphi_t(P)$  im umgebenden Raum besitzen. Mit der als Bewegung bezeichneten Abbildung  $\varphi_t$  lässt sich jede mechanische Zustandsgröße

sowohl durch  $F_t(P) = F(P, t)$  als auch durch  $f_t(Q) = F_t \circ \varphi_t^{-1}$  darstellen. Die erste Variante heißt Lagrangesche, die zweite Variante Eulersche Beschreibung der Zustandsgröße.

Die aufgeführten Zusammenhänge werden bei der ALE Formulierung dahingehend verallgemeinert, dass ein unabhän-

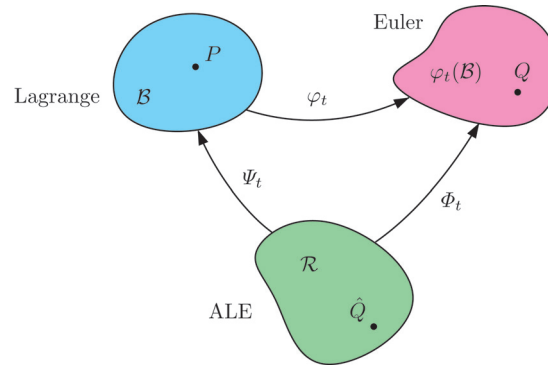


Bild 3: Lagrange, Euler und Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) Formulierung: Referenzkonfiguration  $B$  und Momentankonfiguration  $\varphi_t(B)$  des materiellen Körpers, Bezugsgebiet  $R$  und Abbildungen.

giges Bezugsgebiet  $R$  mit zwei weiteren Abbildungen  $\Psi_t$  und  $\Phi_t$  zur Beschreibung der Zustandsgrößen verwendet wird (Bild 3). Bezeichnet  $\hat{Q}$  einen Bezugspunkt und  $\hat{f}(\hat{Q}, t)$  die Darstellung der Zustandsgröße auf dem Bezugsgebiet, so ergibt sich aus ihrer materiellen Zeitableitung der ALE Operator

$$\frac{\partial F}{\partial t} \circ \Psi_t = \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} \Big|_{\hat{Q}} + \nabla_{(\infty \Phi)} \hat{f}$$

wobei  $c$  die konvektive Geschwindigkeit ist. Die materielle

Zeitableitung einer Zustandsgröße besteht also aus einer lokalen Zeitableitung bezüglich des festen Bezugspunkts und einem konvektiven Anteil infolge der Relativgeschwindigkeit  $c$  zwischen Partikel und Bezugspunkt. Um mechanische Problemstellungen unter Verwendung der ALE Formulierung zu lösen, müssen in den Bilanzgleichungen die materiellen Zeitableitungen sämtlicher Zustandsgrößen im Sinne des ALE Operators umgeschrieben werden.

## NUMERISCHE UMSETZUNG

Für die numerische Umsetzung der ALE Formulierung mit der FEM wird das Elementnetz als Bezugsgebiet gewählt. Zur Behandlung des Konvektionsterms erweist es sich als sinnvoll, den ALE Operator in einen Lagrange Schritt und einen Euler Schritt zu „splitten“. Daraus ergibt sich auch der Vorteil, vorhandene FE Programme, die auf der Lagrange Formulierung

basieren (z.B. ANSYS), erweitern zu können.

Bei der Durchführung des Lagrange Schritts wird die Materialkonvektion verhindert. Dies entspricht gerade dem Ablauf in strukturmechanischen FE Programmen.

Im anschließenden Euler Schritt wird zunächst das Elementnetz regularisiert. Weil hierbei keine neuen Knoten oder

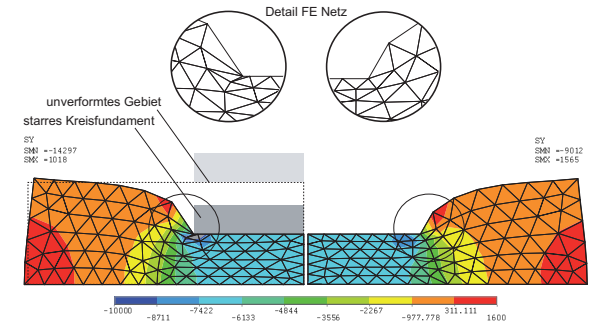


Bild 4: FE Simulation eines starren Kreisfundaments mit eingepprägter Vertikalverschiebung. Lagrange Berechnung (links) und ALE Berechnung (rechts) der Vertikalspannungen.

Elemente hinzugefügt werden, bleibt die Netztopologie unverändert (Bild 4). Zum Schluss werden die Zustandsgrößen vom alten Netz auf das regularisierte Netz unter Berücksichtigung der Konvektion abgebildet, in dem die an den Knoten des Netzes gespeicherten Daten überschrieben werden.

Ein anhand von Versuchen

validiertes ALE Simulationsmodell der Pfahleindringung in Sand ermöglicht sowohl die wirklichkeitsnahe Prognose der Spannungen und Verformungen im Boden, als auch die Untersuchung der Materialzustandsänderungen – insbesondere der Lagerungsdichte des Sandes – während der Eindringung und im Endzustand.

## Projekträger: DFG

### Kontakt:

Technische Universität Berlin  
Grundbau u. Bodenmechanik  
Prof. Dr.-Ing. S.A. Savidis  
Sekt. TIB1-B7  
Gustav-Meyer-Allee 25  
13355 Berlin  
www.grundbau.tu-berlin.de

Dipl.-Ing. Daniel Aubram  
daniel.aubram@tu-berlin.de  
Fax: +49-30-314 72343  
Tel.: +49-30-314 72349